SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ARITMÉTICA

Tema: NUMEROS RACIONALES II

Docente: Elvis Llacua Balbín

OBJETIVOS

1. Definir a los números decimales.
2. Estudiar a los decimales exactos.
3. Estudiar a los decimales inexactos periódicos puros.

INTRODUCCIÓN

NÚMEROS AVALES

Se obtienen al dividir los términos de una fracción.

Ej.

- $\frac{7}{20} = 0{,}35$ (Decimal exacto)
- $\frac{5}{11} = 0{,}454545\ldots = 0,\widehat{45}$ (Periódico Puro)
- $\frac{5}{36} = 0{,}13888\ldots = 0{,}13\hat{8}$ (Periódico Mixto)

(Decimal inexacto)

Ej.

$\frac{7}{12} = 0{,}33_{(6)} = 0,\widehat{24}_{(5)} = 0{,}58\hat{3}$

- $0{,}33_{(6)}$: Aval exacto en base 6. (Exaval)
- $0,\widehat{24}_{(5)}$: Aval periódico puro en base 5. (Pentaval)
- $0{,}58\hat{3}$: Aval periódico mixto en base 10. (Número decimal)

CLASIFICACIÓN

A. Decimal Exacto.

$f = \frac{N}{D}$

- D: Irreductible
- Debe tener solo los factores primos 2 y/o 5.

$2; 4; 5; 8; 10; 16; \ldots$

Ejemplo:

- $\frac{7}{8} = \frac{7}{2^3} = 0{,}875$ — 3 cifras
- $\frac{11}{25} = \frac{11}{5^2} = 0{,}44$ — 2 cifras
- $\frac{13}{250} = \frac{13}{2 \cdot 5^3} = 0{,}052$ — 3 cifras

Observación:

Irreductible

$$f = \frac{7}{2^a \cdot 5^b} = 0,\overline{mn\cdots p}$$

$$\#\ Cifras: máx\{a, b\}$$

Ej.

$\frac{7}{12} = \frac{7}{2^2 \cdot 3} = 0,\overline{ab}_{(6)}$ (2 cifras)

$\frac{5}{8} = \frac{5}{2^3} = 0,\overline{xyz}_{(2)}$ (3 cifras)

Ejemplo:

- $\frac{250}{2^{20} \cdot 5^{21}} = \frac{2^1 \cdot 5^3}{2^{20} \cdot 5^{21}} = \frac{1}{2^{19} \cdot 5^{18}} = 0,\overline{ab\cdots x}$ (19 cifras)

Fracción Generatriz:

$$f = 0,\overline{abc}$$

$$1000 \cdot f = \overline{abc}$$

$$f = \frac{\overline{abc}}{1000}$$

Ejemplo:

- $0,7 = \frac{7}{10}$
- $0,56 = \frac{56}{100}$
- $0,07 = \frac{7}{100}$
- $12,358 = \frac{12358}{1000}$

- $0,12_{(7)} = \frac{12_{(7)}}{100_{(7)}}$
- $7,1_{(9)} = \frac{71_{(9)}}{10_{(9)}}$

Ej. Descomponer:

$$0,367 = \frac{3}{10^1} + \frac{6}{10^2} + \frac{7}{10^3}$$

$$= 0,3 + 0,06 + 0,007$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{6}{100} + \frac{7}{1000}$$

Descomposición:

$$0,\overline{abcd}_{(n)} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n^2} + \frac{c}{n^3} + \frac{d}{n^4}$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

B. Decimal Inexacto.

B.1. Periódico Puro.

$$f = \frac{N}{D}$$

- N: Irreductible
- D: No debe tener los factores primos 2 ni 5, sino otros factores primos.

$3; 7; 9; 11; 13; 17; 19; 21; \cdots$

Ejemplos:

- $\frac{5}{11} = 0{,}454545 \ldots = 0,\widehat{45}$
- $\frac{2}{3} = 0{,}666 \ldots = 0,\hat{6}$
- $\frac{7}{8} = \frac{7}{2^3} = 0,4141\ldots_{(5)} = 0,\widehat{41}_{(5)}$

Fracción Generatriz:

$$f = 0,\widehat{abc}$$

$$f = 0,abcabc \ldots$$

$$1000 \cdot f = \overline{abc},abcabc \ldots \quad (-)$$

$$999 \cdot f = \overline{abc}$$

$$f = \frac{\overline{abc}}{999}$$

Ejemplos:

- $0,\hat{8} = \frac{8}{9}$
- $0,\widehat{037} = \frac{37}{999}$
- $0,\widehat{47} = \frac{47}{99}$
- $7,\widehat{56} = \frac{756-7}{99}$
- $0,\widehat{15}_{(7)} = \frac{15_{(7)}}{66_{(7)}}$
- $1,\widehat{103}_{(5)} = \frac{1103_{(5)} - 1_{(5)}}{444_{(5)}}$

Veamos:

- $\frac{7}{11} = \frac{7 \cdot 9}{11 \cdot 9} = \frac{63}{99} = 0,\widehat{63}$
- $\frac{13}{27} = \frac{13 \cdot 37}{27 \cdot 37} = \frac{481}{999} = 0,\widehat{481}$

Tabla de Nueves:

Base 10:

$9 = 3^2$

$99 = 3^2 \cdot 11$

$999 = 3^3 \cdot 37$

$9\,999 = 3^2 \cdot 11 \cdot 101$

$99\,999 = 3^2 \cdot 41 \cdot 271$

$999\,999 = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 3^3 \cdot 37$

Teorema de Euler.

* Si a y b son PESI

$\rightarrow a^{\phi(b)} = \dot{b}+1$

* $\phi(\text{Primo}) = (\text{Primo})-1$

$\phi(7) = 7-1 = 6$

Base 6.

$S_{(6)} = 5$

$SS_{(6)} = 5.7$

$SSS_{(6)} = 5.43$

⋮

Ej.

* $\frac{2}{7} = 0,\overline{ab}_{(6)}$ (2 cifras periódicas)

$\neq 755_{(6)}$

Ejemplos:

- $\frac{3}{11} = 0,\overline{ab}$ (2 cifras periódicas) $\neq 99$
- $\frac{8}{13} = 0,\overline{abcdef}$ (6 cifras periódicas) $\neq 999\,999$
- $\frac{5}{37} = 0,\overline{xyz}$ (3 cifras periódicas) $\neq 999$
- $\frac{25}{11 \times 37} = 0,\overline{abcdef}$ (6 cifras periódicas)

$\dot{2}\ \dot{3} \rightarrow \dot{6}$

$99\,999\,999 \neq \dot{17}$

DIV(16): 1, 2, 4, 8, 16

$\therefore n = 16$ Rpta.

- $\frac{7}{101 \times 13} = 0,\overline{ab\ldots x}$ (12 cifras periódicas)

$\dot{4}\ \dot{6} \rightarrow \dot{12}$

- $\frac{5}{17} = 0,\overline{ab\ldots x}$ ("n" cifras)

$\frac{5}{17} = \frac{\overline{ab\ldots x}}{99\ldots9}$ ("n" cifras)

$99\ldots9 = \dot{17}$ ("n" cifras)

$10^n - 1 = \dot{17}$

Como 10 y 17 son PESI

$\rightarrow 10^{\phi(17)} = \dot{17}+1$

$10^{16} = \dot{17}+1$

$10^{16} - 1 = \dot{17}$

CÉSAR VALLEJO

B.1. Periódico Mixto.

$$f = \frac{N}{D}$$

Irreductible

Debe tener los factores primos 2 y/o 5, y al menos otro factor primo.

Ejemplo:

$$\frac{25}{36} = \frac{25}{2^2 \cdot 3^2} = 0{,}69444\ldots = 0{,}69\hat{4}$$

2 cifras no periódicas

1 cifra periódica

$$\frac{7}{55} = \frac{7}{5 \cdot 11} = 0{,}1272727\ldots = 0{,}1\widehat{27}$$

1 cifra no periódica

2 cifras periódicas

Fracción Generatríz:

- $0{,}13\hat{8} = \frac{138 - 13}{900}$
- $32{,}6\widehat{51} = \frac{32651 - 326}{990}$

NÚMEROS DECIMALES:

Son el resultado de dividir los términos de una fracción.

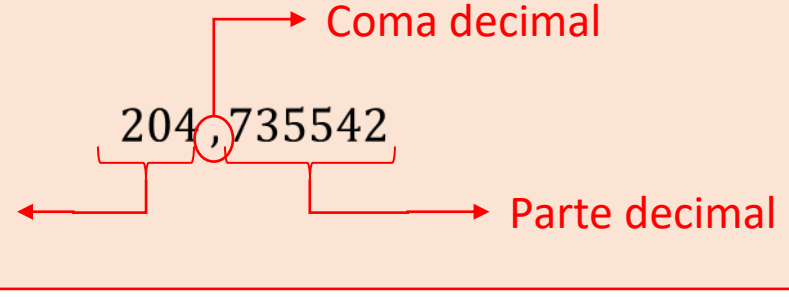
Ejemplos:

$\frac{1}{4} = 0{,}25$ → Decimal exacto

$\frac{7}{3} = 0{,}23333\ldots$ → Decimal inexacto periódico puro

$\frac{5}{24} = 0{,}2083333\ldots$ → Decimal inexacto periódico mixto

De manera general:



Números decimales exactos:

Son aquellos decimales que tienen una cantidad determinada de cifras.

Ejemplos:

$\frac{4}{25} = \frac{4}{5^{2}} = 0{,}16$ Posee 2 cifras decimales

Coincide con el exponente

$\frac{9}{250} = \frac{9}{2 \times 5^{3}} = 0{,}036$ Posee 3 cifras decimales

Coincide con el mayor exponente

$\frac{1}{16} = \frac{1}{2^{4}} = 0{,}0625$ Posee 4 cifras decimales

Coincide con el exponente

Los decimales exactos surgen de fracciones irreductibles cuyo denominador solo admite factores 2 y/o 5 en su descomposición canónica.

Además el mayor exponente de los factores primos de la D.C. coincide con la cantidad de cifras decimales.

Aplicación 1:

Si se sabe que un decimal exacto proviene de una fracción irreductible de la forma $4/\overline{abcd}$, y además se observa que posee 5 cifras decimales , determine el valor de $a+b+c+d$.

Resolución:

Piden: La suma de $a+b+c+d$.

$$\frac{4}{\overline{abcd}} = 0,\overline{mxyzw}$$

Fracción irreductible

Posee 5 cifras decimales

El denominador no puede contener en su D.C. al factor primo 2

El exponente del factor 5 (ya que no puede haber factor 2), el exponente será 5.

Entonces: $\overline{abcd} = 5^5 = 3125$

Luegos: $a+b+c+d = 3+1+2+5 = 11$

Respuesta: 11

Números decimales inexactos:

Son aquellos decimales que tienen una cantidad indefinida de cifras, pero que cumplen con la condición que hay un grupo de cifras que se repite siempre en el mismo orden.

Ejemplos:

$$\frac{2}{3} = 0,6666\ldots = 0,\overline{6}$$

$$\frac{7}{11} = 0,6363\ldots = 0,\overline{63}$$

Decimales inexactos periódicos puros

$$\frac{3}{55} = 0,05454\ldots = 0,0\overline{54}$$

$$\frac{13}{108} = 0,12037037\ldots = 0,12\overline{037}$$

Decimales inexactos periódicos mixtos

En ambos casos la parte que se repite se denomina “parte periódica” y aquella que no se repite se denomina “parte no periódica”.

a) Decimales inexactos periódicos puros:

Una fracción irreductible genera un número decimal inexacto periódico puro, cuando el denominador no contiene como factores primos ni al 2 ni al 5.

Además, la cantidad de cifras en la parte periódica es igual a la cantidad de cifras del menor numeral formado por solo cifras nueve que contiene al denominador.

Ejemplos:

$$\frac{1}{3^3} = 0,\overline{037} \qquad \frac{1}{37} = 0,\overline{027}$$

Fracción generatriz:

$$0,\overbrace{ab\ldots c}^{k \text{ cifras periódicas}} = \frac{\overline{ab\ldots c}}{\underbrace{999\ldots.99}_{k \text{ cifras nueve}}}$$

Tabla de nueves:

Sirve para determinar la cantidad de cifras periódicas que genera una fracción irreductible al identificar ciertos factores en la D.C. del denominador.

$$9 = 3^2$$
$$99 = 3^2 \times 11$$
$$999 = 3^3 \times 37$$
$$9\,999 = 3^2 \times 11 \times 101$$
$$99\,999 = 3^2 \times 41 \times 271$$
$$999\,999 = 3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$$

Ejemplos:

$\frac{4}{3^3}$ Genera 3 cifras decimales ya que 3^3 está contenido por primera vez en 999.

$\frac{1}{41}$ Genera 5 cifras decimales ya que 41 está contenido por primera vez en 99 999.

$\frac{5}{3^2 \times 101}$ Genera 4 cifras decimales ya que $3^2 \times 101$ está contenido por primera vez en 9 999.

$\frac{7}{3^3 \times 13}$ Genera 6 cifras decimales ya que $3^3 \times 13$ está contenido por primera vez en 999 999.

$\frac{11}{3^3 \times 271}$ Genera 12 cifras decimales ya que:

3^3 genera 3 cifras
271 genera 4 cifras
} $MCM(3;4) = 12$

$\frac{6}{7 \times 41}$ Genera 30 cifras decimales ya que:

7 genera 6 cifras
41 genera 5 cifras
} $MCM(5;6) = 30$

$\frac{23}{11 \times 41}$ Genera 10 cifras decimales ya que:

11 genera 2 cifras
41 genera 5 cifras
} $MCM(2;5) = 10$

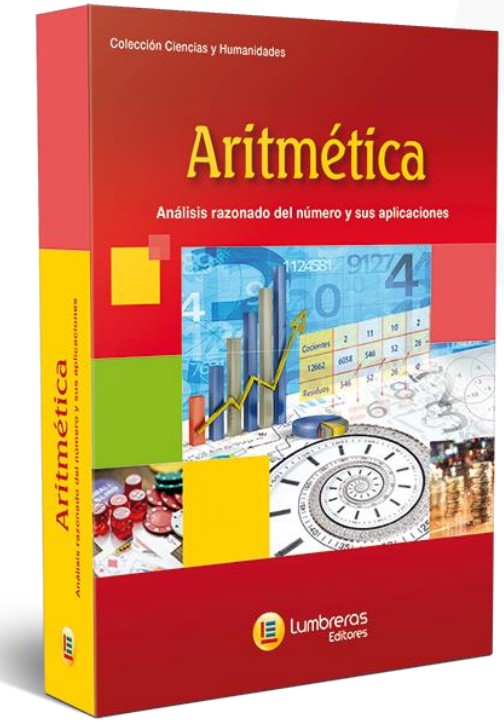
En la siguiente sesión, se estudiará a los decimales inexactos periódicos mixtos y los cambios de base que se pueden realizar con ellos.

Nota:

* A es pesi con $8 = 2^3$
  $\Leftrightarrow A \neq \dot{2}$
* B es pesi con $20 = 2^2 \cdot 5$
  $\Leftrightarrow B \neq \dot{2}, \dot{5}$

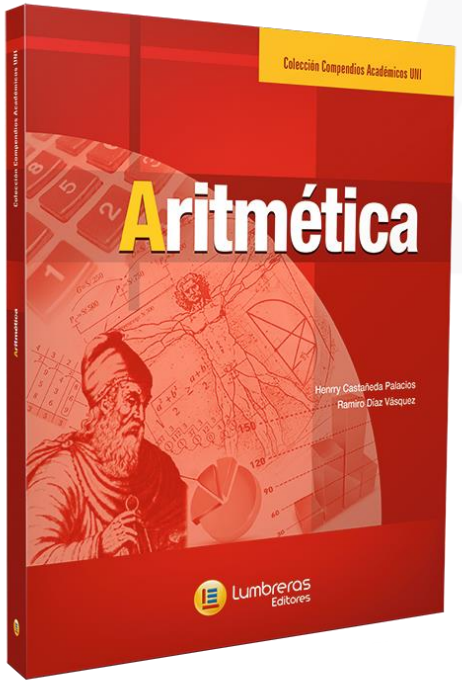
CÉSAR VALLEJO

COLECCIÓN CIENCIAS Y HUMANIDADES



- Indispensable para profundizar el conocimiento de la aritmética.
- Su estructura presenta objetivos, introducción en cada tema, teoría amplia y desarrollada con ejemplos y aplicaciones, preguntas resueltas y preguntas propuestas tipo examen de admisión.

COLECCIÓN COMPENDIOS ACADÉMICOS UNI



- Estos libros le ayudarán a consolidar sus conocimientos con los temas más frecuentes en exámenes de admisión.
- Su estructura presenta teoría resumida y didáctica, problemas propuestos y sección de claves.

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe